上古学长给学弟学妹的建议

2018 年 6 月 17 日

这是一名看起来很久以前的数学系学长写的总结，原文非常长，但是时过境迁，许多内容已经变得没有那么高的价值，没有学习的必要，而有些新出现的好书值得学习，因此就原文略作增删。

目录

1 简要版 1

2 一些闲书 4

3 从" 数学分析" 的课本讲起 6

4 解析几何 8

5 线性代数/高等代数 9

6 常微分方程 11

7 单复变函数论 13

8 组合数学 16

9 抽象代数 18

10 实分析 20

11 泛函分析 22

12 数学物理方程和偏微分方程 25

13 拓扑学 27

14 微分几何 29

15 流形 31

16 附录一 33

17 附录二 35

Chapter 1

简要版

1、老老实实把课本上的题目做完。其实说科大的课本难, 我以为这话不完整。科大的教材, 就数学系而言还是讲得挺清楚的, 难的是后面的习题。事实上做 1 道难题的收获是做 10 道简单题所不能比的。做题的时候，如果经过相当长的时间仍然做不出来，就去和同学讨论，或者看参考答案，不必灰心。

2、每门低年级数学必修课看一本参考书，可以买很多，但是以一本为主从头看到尾，刷通一本书的习题（课本的或者参考书的），如果学有余力，切记应当学习后面的课程，而不要沉迷于习题之中。后面章节给出了海量参考书，但是一门课看一两本足够了，可以往后继续学习。注意，高年级课程习题比较少见，以理解课本为主，以给别人讲解、自己做新成果为练习。

下面是关于参考书的简单建议，详细版的在后面.

3、数学分析习题：别做吉米，除非你太无聊，先做完史济怀课后习题，如果还嫌不够，推荐《数学分析习题课讲义》平时可以看看，不强求做完。此外注意一下有套 Biler 的数学分析习题集，很难。

4、数学分析参考书：史济怀《数学分析教程》，Rudin 《数学分析原理》，卓里奇《数学分析》

5、线性代数：把李炯生（或李尚志）的课后题目全部做完是不错的选择。王新茂老师讲义讲法很好，http://staff.ustc.edu.cn/ xinmao，适合作为参考书。另外推荐柯斯特利金《代数学引论》。

6、常微要看看阿诺尔德的书，其余看看课本刷刷习题就可以。

7、代数学基础很重要，对近世代数有用，如果很喜欢这门课，大一下

可以提前选近世代数。

8、复变：H. 嘉当《解析函数论初步》（里面的习题有意思）史济怀《复变函数》阿尔福斯《复分析》

9、实变：周民强《实变函数》（有习题集）Stein《Real Analysis》Folland《Real Analysis》志于学概率统计的同学要在抽象测度论上多下功夫，志在 PDE 的同学应当认真学 Lp 空间的部分。这门课往往被认为很难，但是套路熟悉以后并没什么可怕的。

10、近世代数：冯克勤《近世代数引论》前两章（有配套《近世代数三百题》），域论推荐 GTM167，Galois 理论可以参看 Rotman《Galois Theory》。GTM73 以及 GTM211 是非常全面的代数入门书，包括了近世代数和后面深入内容的简介。

11、泛函分析：课本是张恭庆《泛函分析讲义》，配套有习题集。推荐参考 Simon《现代数学物理方法》，Lax《泛函分析》。

12、拓扑学：尤承业《基础拓扑学讲义》，Armstrong《基础拓扑学》，Munkres《拓扑学》（内容相对前两本而言更丰富，但是没有同调理论）。

13、微分几何：课本是陈卿《微分几何》。· 徐森林的《微分几何》也不错，陈维桓的《微分几何》（他写过两本，这说的是比较厚的那本）比较全，内容不错，do carmo《曲线与曲面的微分几何》也很推荐（不好买到）。这门课比较简单，是黎曼几何在二维的特例，大二上可以修。Gauss 在 1827 年的论文《曲面的一般研究》（刘培杰工作室，哈尔滨工业大学出版社出版过中文版）强烈推荐读一读。

14、数学分析、线性代数、复变、泛函、拓扑、抽象代数、实变、微分几何是最重要的课, 大家脱层皮也要学好。要尽量加强这方面的工底, 不然的话以后很吃亏，如果可以，可以大一提前学近代、实变、复变中的一门，大二有余力可以学拓扑学。

15、有时间去物理系多听课, 千万不要毕业了连量子力学也不懂, 这样的数学家注定要被淘汰的。读读费曼物理讲义和郎道的理论物理教程，朗道的一些处理方式略旧，但是前两卷依然是无可指摘的经典。条件允许可以修完四大力学。广义相对论，量子场论，弦论等后续课程也可以选修。

16、华罗庚的《 数论导引 》的前言大家好好看看, 多多领会! 而且，正文的前六章作为数论的入门也是极好的。

17、想读数理统计和计算数学的要注意, 统计和计算数学同样是数学类的专业, 不要以为加上计算和统计就可以降低要求。例如计算 PDE 专业的

同学，同样要懂基本的理论 PDE。

18、微分方程 1 和微分方程 2 都包括了偏微分方程的内容，这部分推荐 Evans 的 Partial Differential Equations，和课上对应的章节要读懂。这门课必须参考章俊彦学长的笔记（甚至他的习题提示）一起学。

19、额外推荐一些参考书（包括物理书）:

G.H.Hardy,An Introduction to the Theory of Numbers

Kolmogorov,Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis

Fomenko,Differential geometry and topology

Kelley,General Topology(有中文版)

Bott,Differential forms in algebraic topology

莫宗坚《代数学》

Atiyah,Introduction to Commutative Algebra(有中文版)

Riesz,Functional Analysis(有中文版)

Landau,Mechanics(有中文版)

Goldstein,Classical Mechanics(绝对的经典，但很厚，更推荐看朗道的，有中文版)

Landau,The Classical Theory of Fields(有中文版)

Jackson,Classical Electrodynamics(内容太全了，有中文版)

Landau,Statistical Physics Part1(有中文版)

Kerson Huang,Statistical Mechanics

Landau,Quantum Mechanics(Non-relatisticTheory)(有中文版)

Greiner,Quantum Mechanics:A Introduction(有中文版)

黄昆《固体物理学》

Kittel,Introduction to Solid State Physics(有中文版)

费曼《费曼物理讲义》

玻恩《光学原理》

Chapter 2

一些闲书

1, 迪亚库的《天遇–混沌与稳定性的起源》, 上海科技教育出版社。这本书的内容是关于自牛顿时代以来，数学家探索一个经典的数学物理难题：三体问题的历史，很多新生可能以为数学家就是陈景润那样玩些和实际生活不相关问题的怪人，其实真正好的数学是能够解决人类科学研究和实际生活中提出的各种数学问题的数学，数学不能离开工程和科学, 现代工程技术和自然科学（也包括社会科学）是数学研究活的源泉，这本书里面的三体问题就是关于计算三个天体的运动轨道的问题，这个问题的研究就是现代动力系统理论的起源，甚至说现代的拓扑学也与此大有关系，庞加勒的经典著作《位置分析》很大程度上是为他的《天体力学讲义》提供数学工具，你们可以在这里看见很多数学大师的踪影：庞加勒，柯尔莫哥诺夫，阿诺尔德还有我国的年轻数学家夏志宏。

2,《数学——它的内容，方法和意义》，科学出版社。这套书一共三本，是由多位俄罗斯著名数学家集体编写的，包括了二十世纪最优秀的数学家柯尔莫哥诺夫先生以及亚历山德罗夫先生、沙法列维奇先生、索伯列夫先生、盖尔范德先生等数学大师。基本上对大学本科的基础课程都做了一个简介，还推荐了一些参考书，这些书大部分国内都可以找到。

3，外尔的《对称》，上海科技教育出版社。外尔也是二十世纪最优秀的数学家之一，据说是懂得物理最多的数学家，这本书当然也是值得一读的了。

4，克莱因《古今数学思想》，科学出版社。关于数学历史的名著，不过这本书对以刘徽为代表的中国古代数学的辉煌成就比较忽视。

5，仿佛来自虚空，Allyn Jackson 著，欧阳毅译。格罗腾迪克的一生。

6，Inside Interesting Integrals , Paul J.Nahin。一名物理学家，讲解大量有趣的积分。

7，A Primer of Mathematical Writing , Steven G.Krantz

8，A mathematician's survival guide , Steven G.Krantz

9，The Shape of Inner Space, S.T.Yau

Chapter 3

从”数学分析”的课本讲起

下面开始讲一些课本, 或者说参考书:

1. 菲赫今哥尔茨的”微积分学教程”,”数学分析原理”。前一本书, 俄文版共三卷, 中译本共 8 本; 后一本书, 俄文版共二卷, 中译本共 4 本。此书堪称经典。”微积分学教程”其实连作者都承认不太合适作为教材, 为此他才给出了能够做教材的后一套书, 可以说是一个精简的版本。相信直到今天, 很多老师在开课的时候还是会去找”微积分学教程”, 因为里面各种各样的例题实在太多了，如果想比较扎实的打基础的话, 可以考虑把里面的例题当做有答案的习题来做, 当然不是每道题都可以这么办的。毫无疑问, 这套书代表了以古典的方式处理数学分析内容 (指不引入实变, 泛函的观念) 的最高水平。总结：适合参考，没必要通读刷透。

2.Apostol 的”Mathematical Analysis”在西方 (西欧和美国), 算得上相当完整的课本，里面讲了勒贝格积分，不过讲的不好。是上世纪台湾的标准教程，丘成桐，姚鸿泽等数学家正是读这本书成长起来的。

3.（强推）W.Rudin 的”rinciples of Mathematical Analysis”(中译本: 卢丁”数学分析原理”) 是一本相当不错的书, 后面我们可以看到, 这位先生写了一个系列的教材。该书的讲法 (指一些符号, 术语的运用) 也是很好的。是一本精彩绝伦, 不可多得的参考书, 里面的论述 13 岁小孩都能读懂, 但是却让人回味悠长。这本书往往作为高等微积分教程。说到 Advaced Calculus, 在这个标题下面有一本书也是可以一看的, 就是 L.Loomis 和 S.Sternberg 的 Advanced Calculus。这本书的观点还是很高的, 毕竟是人家 Harvard 的课本.

6.（强推）张筑生的” 数学分析新讲”(共三册)。我个人认为这是中国人写的观点最新的数学分析课本, 张老师写这书也实在是呕心沥血, 手稿前后写了差不多五遍。象他这样身有残疾的人做这样一件事情所付出的是比常人要多得多的，以致他自己在后记中也引了” 都云作者痴, 谁解其中味”。在这套书里, 对于许多材料的处理都和传统的方法不太一样. 非常值得一读。唯一的遗憾是, 按照张老师本人的说法, 北大出版社找了家根本不懂怎么印数学书的印刷厂, 所以版面不是很好看。

下面的一些书可能是比较” 新颖” 的.

7.（强推）V.A.zorich” 数学分析”, 莫斯科大学的教材。SPRINGER 出了英文版，相当好的一套教材，特别是习题。

8. 狄多涅” 现代分析基础 (第一卷)” 是一套二十世纪的大家写的一整套教材的第一卷, 用的术语相当” 高深”, 可能等以后学了实变, 泛函再回过头来看感觉会更好一些.

9. 说两句关于非数学专业的高等数学。强烈推荐几本法国人写的数学书。因为在法国高等教育系统里面, 对于最好的学生, 中学毕业以后念的是两年大学预科, 这样就是不分系的, 所以他们的高等数学 (如 J. Dixmier 院士的” 高等数学” 第一卷) 或者叫” 普通数学”, 其水平基本上介于国内数学系和物理系的数学课之间)

11.（强推）华罗庚先生的”高等数学引论”。这套书 (其实没有完成最初的计划) 是六十年代初华先生在王元先生的辅助下对科大学生开课时的讲义。那时候他们做过个实验, 就是一个教授负责一届学生的教学, 所以华先生这书里面其实是涉及很多方面的 (附带提一句, 另外两位负责过一届学生的是关肇直先生和吴文俊先生)。也是出于一种尝试吧, 华先生这书里面有一些不属于传统教学内容的东西, 还包括一些应用。可以一读。这套书给人以巨大的震撼，让人不禁感慨那个年代科大的强大，现在的科大学生至少应当收藏一套!

12. 邹应的”数学分析”。徐森林老师说这是中国最难的一本数学分析，大致是 Dixmier 的大学数学教程的改编版。

13. 关于数学分析的习题, 还有一本书, 就是 G.Polya(波利亚),G.Szego(舍贵) 的” 数学分析中的问题和定理”。在学习数学分析的阶段, 可以考虑其第一卷的前面一半, 后面就全是复变的东西了。该书的内容还是非常丰富的，在历史上, 这是一套曾经使好几代数学家都受益匪浅的经典著作。这套书的一个好处就是题目难归难, 后面还是有答案或提示的。

Chapter 4

解析几何

”解析几何”实在是一门太经典, 或者说古典的课。从教学内容上说, 可以认为它描述的主要是三维欧氏空间里面的一些基本常识, 包括最基本的线性变换 (线性代数的特例)，和二阶曲面的不变量理论。

现在这门课不受欢迎，再后来的课程中也少有需要，因此略去不提，上课认真即可。

Chapter 5

线性代数/高等代数

高等代数可以认为处理的是有限维线性空间的理论，如严格一点, 关于线性空间的理论应叫线性代数, 再加上一点多项式理论 (就是可完全算做代数内容的) 就叫高等代数了。线性空间的重点自然是线性变换, 那么如果在定义空间和像空间里面取定一组基的话, 就有一个矩阵的表示。因此这门课的确是可以建立在矩阵论上的，而且如果要和数值搭界的话还必须这么做。

首先介绍一些和数值计算、矩阵论相关的:

1. 蒋尔雄, 吴景琨等的" 线性代数" 是那时候计算数学专业的课本, 其教学要求据说是比数学专业相应的课程要高。因为偏向计算, 可以找到一些比较常用的算法，我个人以为还是比较有意思的。

2. 屠伯埙等的" 高等代数" 将 80% 的篇幅贡献给矩阵的有关理论，有大量习题, 特别是每章最后的" 选做题". 能独立把这里面的习题做完对于理解矩阵的各种各样的性质非常有益。当然这不是很容易的: 据说屠先生退休时留下这么句话:" 今后如果有谁开高等代数用这本书做教材, 在习题上碰到麻烦的话可以来找我." 由此可见一斑。如果从习题方面考虑, 觉得上面的书太难吃下去的话, 那么下面这本应该说是比较适当的。

3. 屠伯埙等的" 线性代数-方法导引"。这本书比上面那本可能更容易找到, 题目也更" 实际" 些，值得一做。另外, 讲到矩阵论. 就必须提到

4. 甘特玛赫尔的" 矩阵论"。这恐怕是这方面最权威的著作了，译者是柯召先生。在这套分两册的书里面, 讲到了很多不纳入通常课本的内容。举个例子, 大家知道矩阵有 Jordan 标准型, 但是化一个矩阵到它的 Jordan 标准型的变换矩阵该怎么求? 请看" 矩阵论"。这书里面还有一些关于矩阵方

程的讨论, 非常有趣.

5. 许以超的”线性代数和矩阵论”。这本书写得很不错, 习题也不错。必须指出, 这里面其实对于空间的观念很重视。不管怎么样, 他还是算华先生的弟子的。

下面这些给所有专业推荐:

6.（强推）华罗庚的” 高等数学引论”。华先生做数学研究的特点是其初等直观的方法别具一格, 在矩阵理论方面他也有很好的工作. 甘特玛赫尔的书里面你只能找到两个中国人的名字, 一个是樊畿先生, 另一个就是华先生。可能是他第一次把下述观点引进中国的数学教材的 (不记得是不是在这本书里面了):n 阶行列式是 n 个 n 维线性空间的笛卡尔积上唯一一个把一组标准基映到 1 的反对称线性函数。这就是和多线性代数或者说张量分析的观点很接近了。高等代数的另外一种考虑可能是更加代数化的，比如

7.（强推）贾柯勃逊 (N.Jacobson)Lectures on Abstract Algebra ,IIinear AlgebraGTM(Graduate Texts in Mathematics)No.31(” 抽象代数学” 第二卷: 线性代数)

8. 王新茂的自编讲义，完全区分了矩阵理论和线性空间理论，条理清晰简洁明了，某些程式化数值计算题目可以不做。

9. 丘维声的” 高等代数”(上, 下) 相当不错，特点是很全, 虽然在矩阵那个方向没有上面提到的几本书将得深, 但是在空间理论, 具体的说一些。几何化的思想上讲得还是非常清楚，多项式理论那块也讲了不少。但是篇幅太大，带着太沉。

10.（强推）李炯生, 查建国的”线性代数” 是科大的课本, 可能是承袭华先生的一些传统把，里面有些内容的处理相当好。这本书 13 级牟学长有答案，可联系学长索要。

Chapter 6

常微分方程

常微分方程这门课, 金福临和李迅经先生在六十年代写过一课本, 第一版在今天看来还是很好的一本课本，但第二版有那么点不敢恭维。不知为什么, 似乎这本书对具体方程的求解特别感兴趣, 对于一些比较" 现代" 的观点, 比如定性的讨论等等相当地不重视。最有那么点好笑的是在某个例子中(好象是介绍 Green 函数方法的), 在解完了之后话锋一转, 说" 这个题其实按下面的办法解更简单..." 而这个所谓更简单的办法是根本不具一般性的.

下面开始说参考书, 毫无疑问, 我们还是得从我们强大的北方邻国说起.

1.（强推）阿诺德《常微分方程》。必须承认, 我对 Arnol‘d 是相当崇拜的。作为 Kolmogorov 的学生, 他们两就占了 KAM 里的两个字母。他写的书, 特别是一些教材以极富启发性而著称. 实际上, 他的习惯就是用他自己的观点把相应的材料全部重新处理一遍。从和他的几个学生的交往中我也发现他教学生的本事也非常大，特别是他的学生之间非常喜欢讨论, 可能是受他言传身教的作用吧。他自己做学生的时候就和其他几个学生 (都是跟不同的导师的) 组织了讨论班, 互相教别人自己的专长, 想想这里都走出来了些什么人物吧: Anosov, Arnol‘d, Manin, Novikov, Shavarevich, Sinai... 由此可见互相讨论的重要性。从学术观点上说, 他更倾向于比较几何化的想法, 在这本书里面也得到了相当的体现。近年来,Arnol‘d 对于 Bourbaki 的指责已经到了令大家瞠目结舌的程度。不过话说回来, 在日常生活中他还是个非常平易近人的人, 至少他的学生们都是这么说的。这本书有中译本, 不过应当指出译者的英文水平不是很高, 竟然会把"北极光" 一词音译, 简直笑话。再说一句,Arnol‘d 的另外一本书, 中文名字叫" 常微的几何方法...." 的, 程度要

深得多。

2.（强推）Hirsh 和 Smale 的"Differential Equations ,Linear Algebra and Dynamical Systems" (中译本" 微分方程, 线性代数和动力系统")。这两位重量级人物写的书其实一点都不难念, 非常易懂，所涉及的内容也是非常基本, 重要的。关于作者嘛, 可以提一句,Smale 现在在香港城市大学, 身价是三年 1000 万港币，我想称他为在中国领土上工作的最重要的数学家应没有什么疑问。

3. 丁同仁, 李承治的"常微分方程教程"绝对是中国人写的最好的常微课本, 内容翔实, 观点也比较高。但书里错误不少，证明，叙述有时候不那么严谨，甚至有些误导。

4. 庞特里亚金的" 常微分方程"。庞特里亚金院士十四岁时因化学实验事故双目失明, 在母亲的鼓励和帮助下, 他以惊人的毅力走上了数学道路, 别的不说, 光看看他给后人留下的" 连续群"、" 最佳过程的数学理论", 你就不得不对他佩服得五体投地, 有六体也投下来了。

对于变系数常微分方程, 有一类很重要的就是和物理里常用的特殊函数有关的。对于这些方程, 现在绝对是物理系的学生比数学系的学生更熟悉。我的疑问是不是真有必要象现在物理系的" 数学物理方法" 课里那样要学生全部完全记在心里。事实上, 我很怀疑, 不学点泛函的观点如何理解这些特殊函数系的" 完备性", 像

8.Courant-Hilbert 的" 数学物理方法" 第一卷可以说达到古典处理方法的顶峰了, 但是看起来并不是很容易的。我的理解是学点泛函的观点可以获得一些统一的处理方法, 可能比一个函数一个方法学起来更容易一些。而且,

9. 王竹溪, 郭敦仁的" 特殊函数概论" 的存在使人怀疑是不是可以只对特殊函数的性质了解一些框架性的东西, 具体的细节要用的时候去查书。要知道, 查这本书并不是什么丢人的事情, 看看扬振宁先生为该书英文版写的序言吧:"(70 年代末)... 我的老师王竹溪先生送了我一本刚出版的'特殊函数概论'... 从此这本书就一直在我的书架上,... 经常在里面寻找我需要的结论..." 连他老先生都如此, 何况我们?

Chapter 7

单复变函数论

单复变函数论从它诞生之日 (1811 年的某天 Gauss 给 Bessel 写了封信, 说" 我们应当给'虚'数 i 以实数一样的地位...") 就成为数学的核心, 上个世纪的大师们基本上都在这一领域里留下了一些东西, 因此数学的这个分支在本世纪初的时候已经基本上成形了。到那时为止的成果基本上都是学数学的学生必修的。

2. 普里瓦洛夫的" 复变函数 (论) 引论" 这是我们的老师辈做学生的时候的标准课本。内容翔实, 具有传统的苏联标准课本的一切特征。听说过这么一个小故事: 普里瓦洛夫是莫斯科大学的教授, 一次期末口试 (要知道, 口试可比笔试难多了, 无论是从教师还是从学生的角度来说), 有一个学生刚走进屋子, 就被当头棒喝般地问了一句"sin z 有界无界?" 此人稀里糊涂地回答了一句" 有界", 就马上被开回去了, 实在是不幸之至。

3.（强推）L.Alfors(阿尔福斯) 的"Complex Analysis(复分析)"应该是用英语写的最经典的复分析教材。Alfors 是本世纪最重要的数学家之一 (仅有的四个既得过 Fields 奖又得过 Wolf 奖的人物之一), 第一届菲尔兹得主，单复变及相关领域正好是他的专长。他的这本课本从六十年代出第一版开始就好评如潮, 总书库里面有英文的修订本, 建议还是看英文的。

这里需要说明的是, 复分析在十九世纪的三位代表人物分别对应三种处理方式:Cauchy–积分公式;Riemann–几何化的处理;Weierstrass–幂级数方法. 这三种方法各有千秋, 一半的课本多少在其中互有取舍.Alfors 的书的处理可以说是相当好的.

4.（强推）H.Cartan(亨利. 嘉当) 的" 解析函数论引论"。这位 Bourbaki

学派硕果仅存的第一代人物在二十世纪复分析的发展史上也占有很重要的地位。他在多复变领域的很多工作是开创性的。这本课本内容不是很深, 从处理方法上可以算是 Bourbaki 学派的上乘之作 (无论如何比那套” 数学原理” 好念多了:-))

5.J.B.Conway 的”Functions of One Complex Variable”(GTM 11) 和”Functions of One Complex Variable,II” (GTM 159)(GTM=Graduate Mathematics Texts, 是 Springer-Verlag 的一套丛书, 后面的数字是编号) 第一卷也是 1. 的参考书目之一. 作者后来又写了第二卷. 当然那里面讲述的内容就比较深一点了. 这本书第一卷基本上可以说是 Cauchy+Weierstrass, 对于在 1. 中占了不少篇幅的 Riemann 的那套东西要到第二卷里面才能看到.

6.K.Kodaira(小平邦彦) 的”An Introduction to Complex Analysis” 。Kodaira 也是位复分析大师, 是 Fields+Wolf。这本书属于” 不深, 但该学的基本上都有了” 的那种类型。需要注意的是这本书 (英译本) 的印刷错误相对多,250 来页的书我曾经列出过 100 多处毛病。由此我对此书的英译者 F.Beardon 极为不满, 因为同样 Beardon 自己的一本”Complex Analysis” 我就找不出什么错。

偶记得国内的复变教材还有北大庄圻泰的 « 复变函数 », 不记得是不是和张南岳合写的。应该是不错的，习题较多。科大严镇军也有一本 « 复变函数 » 也不错。复变书都大同小异，偶还记得有本钟玉泉的馆藏拷贝最多。其它的书我认为可以翻翻的包括

11. 张南岳, 陈怀惠的” 复变函数论选讲”。这是北大出版的研究生课本, 基本上可以说和上面提到的 Conway 的第二卷属于同一水平。从内容上来看, 第一章” 正规族”, 第二章” 单连通区域的共形映射” 都是直接可以看的, 第五章” 整函数” 同样如此。看一点第七章”Gamma 函数和 Riemann zeta 函数”(这部分内容在 6. 里面也有), 然后去看

12.J.-P. Serre(塞尔) 的”A course of Arithmetics”(数论教程) 第二部分的十来页东西就可以理解下述 Dirichlet 定理的证明了: ”a,b 互素, 则 am+b 里有无穷多个素数”。Serre 也是本世纪杰出的复分析, 代数几何, 代数专家. 他 28 岁得 Fields 奖的记录至今还没有人能够打破. 他写的书一向以清晰著称。

13. 庄圻泰, 何育瓒等的” 复变函数论 (专题?) 选讲”。差不多的题目应该有两本, 一本比较薄, 从 Cauchy 积分公式的同伦, 同调形式讲起, 属提高性质. 另外一本记忆中就觉得太专门了点。除此之外, 讲单复变的还有两本

书, 不过可能第一遍学的时候不是很适合看。

14.W.Rudin 的"Real and Complex Analysis"。必须承认,Rudin 很会写书, 这本书里面他把对应与我们的复变, 实变, 泛函的许多东西都串在一起了。

15.L.Hormander 的 An Introduction to Complex Analysis in Several Variables。这是本标题下出现的第三位 Fields+Wolf 的人物。他的这本多复变的课本也是经典, 其工具主要是微分算子的 L^2 估计。这里有用的是它的第一章, 可以说第一次看这部分讲单复变的内容一般都会有一种耳目一新的感觉。讲个细节, 就是 Cauchy 积分公式对于一般可微函数的推广叫 Cauchy-Pompeiu 公式, 基本上多复变的课本都会提到而单复变的书都不讲。其实只要你看一下它的形式就会知道这个公式的用处是很大的, 不妨试试拿它来算一些奇异积分.

16.Titchmarch 的" 函数论" 是本老书, 相当有名，一半多的篇幅是讲复变的, 看看可以知道二十世纪上半叶的函数论是什么样子。除此之外的意义是, 程民德先生在他给陈建功先生做的传中写到:"(三十年代的浙大) 陈先生开的复分析课程几乎包括 Titchmarch 函数论除实函数外的全部内容.."

Chapter 8

组合数学

1.I.Tomescu 的" 组合学引论" 的话, 倒还是想说两句的。首先, 这是本很好的书, 不管上不上这门课都值得一读. 其次, 这本书的习题不是很好做的, 特别是没有答案 (严肃的说, 当你看到许多习题后面都标有人物, 年代, 就该知道这些结果不是那么平凡的了) 作为补充, 可以考虑

2.I.Tomescu 的"Problem in graph theory and combinatorics(???)" 有比较详细的提示和解答, 题目也非常好,

3.Lovasz 的"Problems in Combinatorics(?)" 是本相当好的习题集, 作者 Lovasz 是唯一一个得过 wolf 奖的组合学家，唯一的可能有麻烦的地方这本书的块头大了点, 不过千万不要被吓倒!

4.Bondy,Murty 的"Graph Theory and Applications(?)"(中译本: 图论及其应用, 科学出版社) 内容翔实, 写得很易读, 而且有许多难度适当的习题。注意这些习题不仅在书后 (好像)，有简短的提示, 而且图书馆里还有一本

5." 图论及其应用" 习题解答做得还算不错吧。翻译成中文的书里面, 还有上海科技出版的

6.Harary(哈拉里) 的"Graph Theory"(图论) 的习题基本上都是从人家的论文里面直接找来的, 所以有相当难度, 虽说那里给出了非常详细的文献来源, 但是有些还是很不好找的。这本书其实已经有点专著的味道了。讲到图论, 还有像

7.B. Bollobas 的"Graph Theory"(GTM 63)。Bollobas 在剑桥, 国际数学家大会上做过 45 分钟报告。

8.G.Chartrand,L. Lesniak 的"Graph and Digraphs" 是本好书, 浅显易

懂。此外还有

9.C. Berger 的”Graph and Hypergraph” 是这里的框架性著作。还有一些不讲或不专讲图论的组合书, 中文的有

10. 李乔的” 组合数学基础” 写得很不错

11.I. Anderson 的”Combinatorics of Finite Sets”

12.Bollobas 的”Combinatorics”

13.Ryser(赖瑟) 的” 组合数学” 有一些讲组合设计的章节还是很简单明了的。至于像

14. 魏万迪的” 组合论” 感觉好象篇幅太大了点, 而且你很快就会发现其实这书很不好看。着重算法的书很多就是计算机类的了, 比如

15. 朱洪等的” 算法设计和分析”

16. 卢开澄的” 组合数学–算法与分析”。

组合数学有不少书是可以看着玩的, 比如有本好像叫”Graph theory from Eulerto Konig”(等于就是说讲现代图论的史前史), 等等。如果要求不是很高, 那么下面的书可能可以算篇幅不大, 内容不深, 但多少也讲了些东西的:

17.I. Anderson 的”A First Course in Combinatorial Mathematics” 18.C.Berger” 组合学原理”(上海科技) 19.C.L.Liu(刘炯朗, 现新竹清华大学校长)” 组合学引论”。这书是魏万迪翻的, 就是印刷质量差了点，其它都还好, 在北美的评价也不错。此外, 最近刚刚看到出了一本

20.Lovasz,et al.(ed.) ”Handbook of Combinatorics”。厚厚的两大本, 里面有很多人的文章, 算得上是包罗万象.

组合里面还有一个非常有名的东西–四色定理, 关于它就是是否被证明了争论了很多年, 当真是仁者见仁, 智者见智。当年的两位主角 Appel 和 Haken 写过本书, 就叫

21.Appel ,Haken”Every Planar Map is Four Colorable” 如果你觉得这书块头太大, 可以先翻翻他们在

22.Steen(ed.) ”mathematics today” (中译本: 今日数学, 上海科技) 里面的一篇通俗的文章, 写得非常好。最后补充 canetti 指出的

23.Reinhard Diestel ”Graph Theory”(GTM173)。这本书里讲到了概率方法, 感觉是个很有希望的方向, 有很多人在做, 包括 98 年得 Fields 奖的 T.Gower(这位是靠 Banach 空间理论得奖的, 但他的组合功夫本来就很深, 现在好象干脆就转向组合了)

Chapter 9

抽象代数

有的地方管这叫” 近世代数”, 近不近各人自己看着办吧! 历史上说, 可以认为严肃的讨论是从伽罗华开始的, 他在决斗前夜下的那封著名的信件 (里面有” 你可以公开向 Jacobi 或者 Gauss 提出请求, 不是就这些结果的正确性, 而是重要性, 给出意见....”, 现藏法国国家图书馆). 在后来的发展过程中, 代数结构话的语言逐步渗透到数学的各个角落. 到今天这已经是一门无处不在的分支了。

1. 冯克勤老师的“近世代数引论”，科大之前的课本就是他。写的很好，但是第三章 Galois 理论或许换一本书读更好些。有一本“近世代数三百题”是这本书的习题解答。

2.N.Jacobson 的”Basic Algebra I,II”。前面几章的中译本, 应该是叫” 基础代数学” 吧, 不过翻译质量一般。Jacobson 在代数领域也属于权威, 是华先生同时代的人。这本书从观点上说是相当现代化的, 比同作者的那本

3.N. Jacobson 的”Lectures on Abstract Algebra”(GTM.30,31,32)(中译本: 抽象代数学, 共三卷) 要改进不少.

4.Hungerford 的“Algebra”。标准的教科书，内容覆盖了近世代数，模，基础交换代数，等等。

5.（强推）S.Lang 的”Algebra”。Lang 写书以清晰著称, 他的这本书还得过 AMS 发的 Steel 优秀图书奖. 欧阳老师说，读完就可以虐丘赛代数了。

6. 莫宗坚的” 代数学 (上, 下)”。北大数学丛书里面的一本, 没有很仔细地看过, 但是感觉不错. 北大的一些同学对此书推崇倍至, 认为比 1. 写得好.

7. 熊全淹的” 近世代数”。这本书的好坏不敢评论, 不过这本书有个很

大的特点, 就是作者收集了很多小文章, 比如许多 American Mathematical Monthly 上的短文。其它的就是比较专门的东西了，比如群论，就有影响过无数学者的

7.Robinson ”A course in the theory of Groups”(GTM 80) 。再有象 (群, 代数) 表示论, 环论, 模论等等, 都有专著, 不过我是一窍不通的了。对于 Galois 理论, 有本

8.E.Artin 的” 伽罗华理论”。非常薄, 讲得很精彩, 绝对是本传世佳作。还有

9.Edwards 的”Galois Theory”(GTM 101)。这本书很有趣, 它是循着 Galois 的原始想法写的, 因此和一般通行的教本里面的讲法不是很一样.

10.（强推）Rotman 的 Galois Theory，或者他的 Advanced Modern Algebra，此人写书有一个特点，就是他虽然写了很多书，但是内容都差不多。比如 Galois Theory 就是 Advanced Modern Algebra 的 Galois 部分的摘抄，homological algebra 是 Advanced Modern Algebra 的同调代数部分的摘抄。但是他的书清晰易懂，习题质量上乘。

Chapter 10

实分析

1.（强推）Folland “Real analysis” 他还写过一本”Advanced Real Analysis” 难度反而比前一本低。

2. 夏道行, 严绍宗, 吴卓人, 舒五昌的” 实变函数论与泛函分析” 第二版, 上, 下册

3. 杨乐, 李忠编” 中国数学会六十年” 里面严绍宗先生和李炳仁先生写的文章.

4.E.Hewitt, K.Stromberg ”Real and Abstract Analysis”(GTM 25) 里面有相当清晰简洁的关于选择公理及其等价命题的叙述. 那里写到”The axiom of choice does not perhaps play a central role in analysis, but when it is needed, it is needed most urgently”. 这是很有道理的.

5. 那汤松的” 实变函数论”。在下册里面还有关于超限归纳法的描述. 这本书是徐瑞云先生翻译的。

另外, 对于很多具体的点集的例子, 有许多书可以参考, 比如

6.（强推）汪林的” 实分析中的反例” 这是本非常非常好的书。作者是程民德先生的弟子. 要记住的是, 这不仅仅是一本讲例子的书!

7.P.R.Halmos 的”Measure Theory”(GTM 18)(中译本: 测度论) 的框架里面。这本书实在不敢评论, 自己看吧（或者别看）! 这本书里面还有一些精选的习题, 有胆子和时间的话值得一做. 一本相当有趣的书可以看看, 就是

8.J.Oxtoby 的 Measure and Category(GTM2)。这里的”category” 不是指代数里面的范畴, 而是集合的” 纲”, 讲了很多有趣的东西。现在可以来谈谈

9. 周民强的" 实变函数"(第二版) 写得不错, 总的说来最大的好处恐怕就是习题很多, 而且都是能做的习题。第三版删去了一些题目，让这本书难度再次降低了。

有一本很好的书, 可惜至今只打过几个照面，就是:

10. 程民德, 邓东皋的" 实分析"。我见过这书里面的一个测度的题目: $m^*(E_1capE_2) + m^*(E1cupE_2) \leq m^*(E_1) + m^*(E_2)$, 还是很有趣的! 此外, 上一章里面的参考书都可以搬过来。需要注意的一点是, 有些书是纯讲 Lebesgue 积分的, 比如 6.12. 等, 有些细节上注意一下 L 与 L-S 的差别还是有用的.

11.A.N. Kolmogorov,S.V. Fomin 的" 函数论与泛函分析初步"。这些作者应该说都是相当好的数学家了。广义测度和 R-N 定理更是非掌握不可的。最后问个小问题:"$L^1(R)$ 是 R 上全体可积函数全体构成的空间" 这句话对吗?

在直线 (或者更一般的局部紧群上), 是有可能先建立积分理论再导出测度的. 比如下面将要讲到的

12. 夏道行, 严绍宗, 舒五昌, 童裕孙的" 泛函分析第二教程" 里面就有一些这方面的内容。此外还有象

13. 夏道行, 严绍宗的" 实变函数与泛函分析概要 (?)" 好象就是按照先积分再测度的办法讲的。

另外用这一体系的书好象还有

14. F.Riesz,B.Sz.-Nagy 的" 泛函分析讲义"(Lecons d'analyse fonctionnelle) 也是不错的书。对测度感兴趣的话, 还可以看一些动力系统里面讲遍历理论 (ergodic theory) 的书," 那是真正的测度论"(J.M.Bony).

Chapter 11

泛函分析

最一般的，从拓扑线性空间出发，有：1. 王作勤老师的泛函分析讲义，当年参考书是 Rudin。

2.N.Bourbaki 的"Topological Vector Space"Chpt. 1-5。布尔巴基写书是一章一章出的, 这书能一次就包含五章, 实属罕见，而且估计今后也不会有后续的内容了。GTM 里面也有两本是讲拓扑线性空间这个题目的:

3.H.H.Schaefer 的 Topological Vector Spaces(GTM3) 和 4.J.L. Kelley, I.. Namioka 的 Linear Topological Spaces(GTM36) 里面有一章也是讲这东西的。其他许多以" 泛函分析" 为标题的书也是以此为出发点的, 比如

5.S.K. Berberian 的"lectures in Functional Analysis and Operator Theory" (GTM15)。Berberian 也是很好的数学家, 他译的 Connes 的"Noncommutative Geometry" 是个很好的版本, 尽管后来 Connes 自己出了个内容更多的英文本。

6.W. Rudin 的"Functional Analysis" 里也有很多非常有趣的内容.Rudin 的书都是很好的.

7.L.V.Kantorovitch,G.P.Akilov 的"Functional Analysis" 不少人都说 Nobel 经济学奖有不少是给数学家的, 这话一点不错, 不过给计划经济体制下的数学家恐怕就 Kantorovitch 一位了. 这是本很清晰简洁的书, 中译本的质量也很不错. 此外还有

8..J.B. Conway 的 A Course in Functional Analysis"(GTM96)

9.Dunford,Schwarz 的"Linear Operators"I. 注意有些结论是可以把 Banach 空间减弱为 Frechet 空间的, 不过好象据说实际应用中除了广义函数空

间是个 Frechet 空间以外, 其它用得并不多. 再补充一下前面漏掉的一本书:

10.W.Rudin ”Real and Complex Ananlysis” 里面可以看到不少实分析或者说泛函方法在复变中的应用。

Hilbert 空间由于其上存在一个内积, 可以发展的性质比 Banach 空间要多得多。从空间本身来讲, 线性代数学好点对本章前面几节有很大帮助, 学的过程中密切注视维数无限导致的各种反例就是了。算子理论其实也一样, 脑子里面清楚哪些有限维的性质是可以推广到无限维的对整个体系的理解很有用。这里可以做的习题非常多, 特别是

11.P.R. Halmos 的 A Hilbert Space Problem Book(GTM19) 算得上杰作. ”The only way to learn mathematics is to do mathematics” 就出自这里。再往下去研究算子代数的话, 就实在” 是没有底的东西了”(陈晓漫)。这一块的文献也是浩如烟海, 因为学得太少, 不敢妄加评论, 只想指出一本书,

12.G.K. Pedersen 的”C*-Algebras and their Automorphism Groups” 。这书连 A.Connes 都说好, 我想决不会差到哪里去。再说两句 A.Connes, 关于他的工作, 或者说整个算子代数往后来的非交换几何的发展历史, 特别是这一分支从其开始的阶段就和量子物理的联系, 可以看

13.Vaughan Jones(Fields 90) and Henri Moscovici 的”Riview of Non-commutative Geometry by Alain Connes” AMS Notice,v.44(1997),No.7

14.A.Lesniewski 的”Noncommutative Geometry”。AMS Notice,v.44(1997),No.7 。还有

15.Irving Segal 的 Book Review, Non commutative geometry by Alain Connes。AMS Bulletin,v.33(1996),No.4 。因为

16.Alain Connes(Fields 82) 的”Noncommutative Geometry” 可以说是这一块的里程碑式的著作,(33. 中甚至说今后人们会用今天看 Riemann 的就职演说的眼光看这本书)。所以对于这本书的评论很多，也就把整个分支都评论进去了, 不妨看看。做为老前辈,Segal 的书评里面有一些批评, 也值得注意.

在广义函数的标题下最有名的应该是

17.I.M.Gelfand 等的” 广义函数”(Generalized Functions,I-V)。大概 I-IV 都有中译本吧!. 从泛函的角度, 据说是第二本最有意思。另外还有两本好书, 不光是这一块内容, 从整体上讲也是很好的泛函课本

18.K.Yosida(吉田耕作) 的”Functional Analysis”。他也过两种不同” 规格” 的书, 一本比较厚, 一本比较薄, 都很好.

不得不提的还有:

19.H.Brezis 的"Analyse Fonctionelle"。Brezis 是法国科学院院士, 非线性偏微的权威. 他的这本书很见功力. 如果能念法语的话绝对值得一读。在 Rudin 的书里面也讲了不少广义函数的内容, 特别有一章讲 Tauberian Theory, 很有意思。

20. 汪林的" 泛函分析中的反例"

Chapter 12

数学物理方程和偏微分方程

数学物理方程是物理系同学的课，方程的求解计算看的比较重要，但是无论对数学系还是物理系同学，解方程本质上都没啥用。。。下面这种教材里面涉及到无脑求解的习题时候，可以略过。

1. 谷超豪, 李大潜, 谭永基, 沈纬熙, 秦铁虎, 是嘉鸿的" 数学物理方程"(上海科技) 在这样一个水平上 (指不引进广义函数, 弱解等泛函里面的概念) 是相当不错的。注意那些经典方程的推导里面多少有一些近似的过程, 这其实从某种意义上反应了所对应的微分算子的某些性质的稳定性. 比如, 对于经典的波动方程,3 维及以上的奇数维成立惠更斯 (Huygens) 原理 (这可以看作经典物理的时空里面空间维数必须是奇数的一个证据), 你在其它一些书 (或者说以后) 可以看到, 差不多二阶双曲方程里面只有波动方程有这样的性质–但是别忘了, 高维波动方程的推导里面是有近似的, 这说明什么? 简单的偏微分方程似乎是安排在常微的最后教的。有些不讲的东西还是很有趣的, 象 Cauchy-Kowaleskaya 定理,Ekeland 拿来证明微观经济模型的合理性, 然后说他看不出有存在 C^∞ 推理的可能–数学经济是怎么回事, 可见一斑. 你能说社会活动中的数据都是按 t 解析的吗???!!! 学这门课的那个学期在忙着各种各样考试 (比如 T,G 等等), 故此没能够看太多的参考书. 北大的课本可能相对更注重一些解的渐进估计等等, 而复旦对于显式解讲得更多些.

2. 谷超豪, 李大潜, 陈恕行, 谭永基, 郑宋穆的" 数学物理方程"(人民教育? 高等教育?) 的题材, 难度, 例题, 习题等等和 1. 非常接近。这本曾出过一本" 官方的" 习题解答, 那是 80 年代初, 油印本. 能不能搞到就看各位本

事了。那本解答对于做作业是很有帮助的. 比较容易找到的书里面,

3. 陈恕行, 秦铁虎的” 数学物理方程–方法导引” 是本非常好的讲习题的书。里面的习题如果能够全部做一遍的话, 应付考试是绰绰有余了.

既然这课叫数学物理方程, 多少和物理沾点边吧, 在这个方向上我以为

4. 李政道“物理学中的数学方法”，多年以前的老书，据说是李政道讲课时，台下人的笔记，记好以后李先生看也没看就出版了。然而震惊的是这本书讲法奇好，唯一的缺憾是没有习题，可能也不适合应付考试，但是他在帮助读者理解公式，推导公式的方面做得非常好。

而微分方程 2 讲的就是现代的偏微分方程了，推荐:

5.Evans 的 Partial Differential Equations，这是必读书，必须读完第二部分（五六七章）再看别的。

6.M. Taylor 的”Partial Differential Equations I”(Applied Mathematical Sciences 115) 后面这本看前半就可以, 后半也看当然更好:-))。引 G. Lebeau 的一句话, 这书比

7.L. Hormander 的”Linear Partial Differential Operators, I” 要好念多了. (当然基本上人人都是这么认为的, 只不过这位的来头比较大而已—法国科学院通讯院士)。

Chapter 13

拓扑学

我拓扑学得很差 (从总体上说), 因此这里我也说不出太多东西. 中文的参考书里面好象

1. 尤承业的” 基础拓扑学” 是北大的教材，讲得不错，简洁明了刷一遍肯定有收货.

2. 熊金城的” 点集拓扑讲义” 是比较好的. 该书也有些名气.

不过要好好学, 可能可以看下面的两本比较经典的书:

3.J.L. Kelley 的”General Topology”(GTM 27) 名头很响,55 年出版的时候应该算得上是把这一领域里面的结果做了个很好的总结. 该书是想写成课本的，因此每章后面都有习题, 按 A,B,C,D,... 编号. 只是.... 真要做起来未免有些困难. 听说过这样一个故事, 就是曾有位华裔数学家回国讲学的时候于酒席间说他的老师要他去学拓扑, 指明看 Kelley 的书, 而且要习题全做. 结果大家都笑了, 因为大家都明白这目标不是很现实. 我个人的经验是, 在那个学期陷入各类考试的重围中之前, 还做了前面两三章的题目. 是比较困难, 但是做起来也非常有趣. 再补充一本中文的书, 内容和 1. 差不多

4.M.A.Armstrong 的《基础拓扑学》也是一本不错的书。该书中的讨论范围有很多是基于 Hausdorff 空间，有些是甚至是在度量空间里讨论问题的，所以一些定理的证明就变的比较简单易懂，例如 Urysohn 引理。

5.I.M.Singer, J.A.Thorp 的”Lecture notes on elementary topology and geometry (中译本? 几何学与拓扑学讲义, 干丹岩译) 是极好的教材, 应该可以用深入浅出来形容吧! 第一作者 Singer 就是和 Atiyah 一起证指标定理的那位, 说是重量级人物当无疑义. 如果你只想查结果, 我觉得可以去找

6.R.Engelking 的”General Topology” 七十年代末写的, 内容翔实。

这里属于代数拓扑的起始部分, 参考书一下子就比前面的多多了. 讲代数拓扑的书, 可能

7.Allen Hatcher 的”Algebraic Topology” 属于写得很通俗易懂, 配置合理的那一类. 还有象 GTM 里面的

8.W.S.Massay 的”Algebraic Topology: An Introduction”(GTM 56) 也是写得很好的书.

9.（非常经典）Spanier‘s ”Algebraic Topology” can not be neglected. It is a classic in this field, though it is not easy to read.

10.Aleksandrov‘s ” Combinatorial Topology ” is very good for beginner. But it is too large, it contains 3 volumes. 这本是组合拓扑，不是标准的代数拓扑。

11.Bredon‘s ” Topology and Geometry”(GMT139) is praised as the successor of Spanier‘s great book.

微分拓扑也是一个巨大的分支，但是知乎上有一个关于此的答案，可以自己搜索看看。

拓扑学是在十九世纪末兴起，并在二十世纪中蓬勃发展的数学分支，现在已与近世代数，近世分析共同成为当代数学理论的三大支柱。如果先要对该学科有一个感性的认识的话，建议看《拓扑学奇趣》巴尔佳斯基叶弗来莫维契合著。这本书只有不到两百页，可是覆盖的面很广，也有一定数量的有启发性的题目。

Chapter 14

微分几何

几何是非常美妙的, 通常人们提到几何的时候会把直观两个字加上去. 这其实是很有道理的, 在微分几何中也不例外. 具体的说, 就是虽然微分几何往往会使人感觉被淹没在计算的汪洋大海, 但是有一个几何的" 感觉" 是很有帮助的.

1. 苏步青, 胡和生等" 微分几何" 写得不错. 这很大程度上应当感谢本书的主要作者, 也就是书上列的第三作者沈纯理先生. 应当承认这本书, 特别是第三章, 取材受下书的影响:

2.Do Carmo(多卡模)" 曲线和曲面的微分几何学" "Differential Geometry of Curves and Surfaces" 是本绝对的好书, 胡先生他们把这本书翻译出来实在是功德无量。1. 的第三章里有个习题是从 2. 的中译本上搬过来的, 不过有题意不清之嫌. 做的时候要小心。还有一点要注意的是 1. 里面曲面论基本定理的证明中有个地方漏印了两项.

一般说来, 看上面两本书也就够了, 可以考虑的扩充部分包括在 2. 的末尾所开列的参考书目. 这是我很少见到的带书评的书目.

4.Darboux 的"Lecons sur la theorie generale des surfaces"。古典微分几何的开山之做是

5.Gauss 的"Disquisitiones generales circa superficies curvas"。这是拉丁文的 (Gauss 只有晚年最后的一些东西是用德文写的)。现在有中文版的，每一位同学都应当看看，定会有所收获。

6. A.S. Mishenko, A.T. Fomenko " 微分几何与拓扑学教程"(中译本, 第一册, 第二册). 我没有看到过是否有第三册, 反正这书是没有翻全. 其处理方

法别具一格.

“极小曲面”, 甚至可以不引进流形等概念, 出现的最难的工具有时就是单复变的一些结果. 参考书大概首推

7.R.Osserman 的”Lectures of Minimal Surfaces” 篇幅不大, 但内容丰富. 其它还有

8.J.C.C.Nitsche 的”Lectures on Minimal Surfaces”(Vol.1) 里面关于 Plateau 问题讲得很全, 可惜至今我没见到第二册, 而原来的德文版又看不懂 (上面写的是英译本):-(

注意到微分几何有许多东西并不象大家想象的那样古老, 比如 Fray-Milnor 定理, 那 J.Milnor 还好好活着呢? 再比如说等温参数, 几乎必引的文献就是陈省身先生 55 年的文章. 看原始文献可以让人逐步体会一样东西在它刚刚出现的时候是个什么样子, 这和经过无数再处理后写进课本的讲法往往是不一样的.

Chapter 15

流形

1.W.M.Boothby ”An Introduction to Differentiable Manifolds and Riemannian Geometry” 从某种技术性的观点来说这书可能太罗嗦, 讲到流形上的向量场就用了 100 多页的篇幅, 但我觉得初学看这书还是很好的, 毕竟讲得相当详细, 几乎所有的东西都是有详细证明的. 讲到流形总是有两种引进方法, 一是从一开始就讲一个局部和欧氏空间中的开集同胚的 Haussdorff 空间.... 然后再讲微分结构等等.

中文书里面有

2.（强推）陈省身, 陈维桓的” 微分几何初步” 很有大师风范。另外被认为写得比较好的中文书有

3. 白正国, 沈一兵, 水乃翔, 郭效英” 黎曼几何初步”。这书的特点–要说就在于没有特点, 那实在是太过分点了–我认为还是在于很细致, 既然不用象 Boothby 那样在拓扑流形上花时间, 进入正题可以说比较快, 而且有不少习题, 书末更有一个索引, 实在是本好书. 有胃口的话, 还可以看看

4.(强推)B.A. Dubrovin, A.T. Fomenko, S.P. Novikov ”Modern Geometry–Methods and Applications” 的第一, 二卷 (GTM 94, 103, 世界图书新印过). 中文版叫《现代几何学》。该书的作者都是名家，对于这门课，就事论事来说可能难了点，除此之外非常值得一看. 至少可以看看第二卷. 从欧氏空间中的子流形开始讲. 这样的好处应该说是可以马上看到很多例子还有非平凡的应用, 另外毕竟大多数情况下流形只有放在仿射空间或者射影空间里面才有点意思 (至少在开始阶段是这样), 从这一角度出发写的微分几何课本中有一本

5.Gallot, Hulin, Lafontain ”Introduction to Riemannian Geometry”(?) 是 Springer-Verlag Universitext 中的一本, 应该说写得很好, 评价 (我听到的) 也很不错. 用这种观点 (其实用前一种观点也一样, 多元函数的反函数定理, 隐函数定理都是要明白的.

J.Milnor 曾经写过很多很有意思的书, 里面的讲解都是非常精彩的, 这里提下面两本:

6.J.Milnor Topology from a differential point of view (中译本: 从微分观点看拓扑)，事实上是微分拓扑简介。

7.J.Milnor Morse Theory (中译本: 莫尔斯理论) 讲到微分形式, 自然可以讲流形上的积分, 以及 Stokes 公式等等.

8. Frankel 的《Geometry in Physics》世图出版叫《物理几何学》。以直观的方式引入大量概念，有些东西没给严格证明，但是给出了在物理学中的例子（甚至物理系学生也不一定熟悉这些例子）。

有一点, 就是大家千万不要只会用 Stokes 公式, 真给你一个流形上的体积元去积一下反而不会, 这千万要不得. 作为练习, 不妨试试复射影空间 CP^n 上的 Fubini-Study 形式积出来是多少?

9.（强推）V.I.Arnold ”Mathematical Mathods of Classical Mechanics” 里关于微分流形, 微分形式等等的介绍也很简单明了，但是这本书更应当作为对经典力学的总结，对辛几何的介绍. 还可以一看的书有

10.R.Narasimhan ”Analysis on Real and Complex Manifolds” (中译本: 实流形和复流形上的分析, 科学,1986) 陆柱家翻译这书是花了功夫的, 连印刷错误都一一纠正. 我想至少前一百页是可以看的.

12.C. von Westenholz ”Differential forms in Mthematical Physics” (有两个中译本, 书名都是数学物理中的微分形式, 理图里面至少有一个版本) 这是写给念物理的人看的, 因此只有条条框框, 很多定理都没有证明. 但是好处在于: 条理是清楚的, 例子是丰富的 (虽然很多例子没有展开, 但是至少开始阶段该有的基本上都有了), 而且这书里还能给人一个大概的概念, 这些东西学了都可以干什么用 (主要是写了一些在理论物理中的应用). 对于到考试前还有点不知所云的人 (比如说我那时候), 应该说帮助不小. 至于侯伯元, 侯伯宇的那本”物理学家用微分几何”, 可能是太深了点, 非物理学家不能理解

Chapter 16

附录一

1. 无论在哪里，都可以连上 libgen，下载想要的书籍，这必须放在第一位。http://libgen.io

2. 在校园网里有更多的选择，图书馆购买了 springer 资源，

https://link.springer.com，连上网络通可以下载大量 springer 出版的图书（当然，如果学校不续费的话，会过期的，就没得下了）。另外，学校购买了部分数据库，主要用于搜找论文。当需要寻找一篇论文的时候（例如老师要求，或者在手头的论文里被引用了）连校园网，打开 google、bing，搜索论文的名字，往往能惊喜地发现学校买下了这篇论文的版权。

3. 许多老师用 Latex 写讲义并上传到网上，这往往不容易直接搜索到，这时候只有先找到老师的主页再说。科大王作勤老师写了许多优秀讲义，http://staff.ustc.edu.cn/ wangzuoq/Courses/。刘世平老师的黎曼几何和微分几何别有新意 http://staff.ustc.edu.cn/ spliu/Teaching.html。王新茂老师的线性代数讲法超群，http://staff.ustc.edu.cn/ xinmao。

4. 搜索完成就该看了，打印或者在电脑上都可以，淘宝打印往往比较便宜。另外，打印书的时候可以选择自己喜欢的任何封皮。

5. 对高年级学生，应当已经积攒了足够的英语阅读能力，可以学一些法语，毕竟，法国的数学很强大，许多文献（例如 Element de Geometrie Algebrique）便是法语写成。两门语言有大量重复的词汇，难度不高。

6. 最后，提醒大家看一看"古董"，它们的处理方式或许不如教科书快，毕竟是没有经过千锤百炼，直接学习它们效果未必很好。然而，正是这些"古董"孕育了伟大的新思想，开辟了新的领域，他们所带的思想是在后人的修

订中慢慢磨平的，因此学完一样东西回头看看它的起源论文是不错的选择。这里举例微分几何课，可以回去看看高斯的 1827 年论文。黎曼几何课，可以回去看看黎曼就职演说。代数拓扑应该看看庞家莱的原始论文。代数几何，摆一套 Element de Geometrie Algebrique 总没错。读它们也不只是为了强化理解，大师的处理方法往往给人以启示，上个世纪数学大师 Weil（还是 Weyl）曾有一段非常痛苦的时期，对一个问题百思不得其解，有一阵子他读了高斯的文集，却赫然受到启发解决了问题。要知道，这已经是高斯逝世 100 年后的事情。

Chapter 17

附录二

这个附录主要讲讲美食，我叙述的不清楚就上网搜一下。

1. 西区东门一条路，我认为好吃的，从北向南依次有：采蝶轩，无锡汤包（这个吃过的都说好），肥叔锅贴，鲜丰水果（小贵），老地方，巴蜀人家，吉祥馄饨，清真餐馆，马氏烧烤，从这里开始饭店出现了一百米的断层，走过这一百米后，有大野屋做日料，还有很多饭店，但是要么不好吃，要么吃吐过。。。

2. 东区西门金寨路东，从大西门出去往北走，三家咖啡馆：量子咖啡，coffee brieek，洱之北。fabio 家汉堡披萨酒都不错，很多欧美人喜欢去。从大西门出去往南走，有两家酒馆：三爵酒匠和 xxxxxxx，走到路口是江南春。

3. 金寨路路西，从北往南有：牛牛主烤官（二十年的老店，虽然经历过几次搬迁），麦芒-当年的天地一味（现在已经倒闭了，收录进来纯粹是怀旧）。老乡鸡，采蝶轩，老乡鸡旁边有一个东西向的小路，进去还有几家隐蔽的餐馆。向南走一百多米，会遇到牛牛的新店，特色是大串烤肉。再往南走一点，到了小西门正对的地方，是太湖支路，进去以后有非常非常多的小餐馆，我最爱吃里面的黄焖鸡米饭。

4. 黄山路，介于东区西区中间的一段，靠近西区的地方有非常多餐馆，值得一提的是东北王，和东北王向东走一小段路以后，到科大中区北门之间，一块塌陷地带的许多小餐馆。

5. 东区东门出去之后，先向南走到第一个丁字路口，再向东走一百米，竹寿司。东区南门出去，横穿马路，然后向东走到瀚海星座楼下，有瑞辣火锅，瑞辣火锅旁边有 3 号面，和卜凡家（日料）。

至此，科大周边美食差不多介绍完毕

6. 之心城和国购，漫乐城，华润五彩城是离科大比较近的三个大购物中心，食物很多，还可以看电影，非常推荐。安粮国贸也有影城，可惜食物很少，人迹罕至。天鹅湖风景不错，旁边也有商场，广场等等，唯一的缺点是距离比前面几个远一倍。

7. 市中心、老城区的位置（例如科大在市中心的那个附属医院附近），要论好吃的食物也不少，但是鱼龙混杂的也多，而且糟糕的是非常拥挤，不如前面这些大购物中心现代化。

8. 乐城里面有个超市，楼下就是各种食物，比如宫廷桃酥王，麦当劳，肯德基，必胜客，最近新开了港式茶点。

9. 无法分入上面类别的，但必须要提的有：东北人家，老火大骨头

10. 中区食堂吃起来比东西区好了很多。